

## Quadratisches Wachstum

Spickzettel    Aufgaben    Lösungen **PLUS**

Von **quadratischem Wachstum** spricht man, wenn ein Wachstumsprozess durch eine Parabel modelliert werden kann. Das heißt, dass die **Veränderung** einer beobachteten Größe (**Bestand**) in gleichen Zeitschritten linear beziehungsweise abnimmt:

$t$	0	1	2	3	...
$B(t)$	$B(0)$	$B(1)$	$B(2)$	$B(3)$	...
Wachstum		$B(1) - B(0)$	$B(2) - B(1)$	$B(3) - B(2)$	...
Wachstumsänderung			$k$	$k$	$k$

- **Zeitpunkt  $t$** : Der Zeitpunkt  $t \geq 0$  beschreibt die nach Beobachtungsbeginn vergangene Zeit.
- **Bestand  $B(t)$** : Der Bestand  $B(t)$  gibt den beobachteten Bestand zum Zeitpunkt  $t$  an.
- **Wachstum**: Das Wachstum  $B(t+1) - B(t)$  beschreibt die Veränderung des Bestands zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten  $t$  und  $t+1$ .
- **Wachstumsänderung**: Die Wachstumsänderung  $k$  beschreibt die Änderung (Zunahme oder Abnahme) des Wachstums bei zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten.  
Dabei ist  $k = B(t) - B(t-1) - (B(t-1) - B(t-2))$

### Beispiel

Nach der Betrachtung eines Tierbestandes über einen Zeitraum von 4 Jahren wurden am Ende jedes Jahres folgende Bestände festgestellt:

$t$	0	1	2	3	4
$B(t)$	100	101	104	109	116

Wir überprüfen nun, ob hier quadratisches Wachstum vorliegt. Dazu berechnen wir zuerst das Wachstum in den Jahren eins bis vier. Das Wachstum  $W_t$  im  $t$ -ten Jahr erhältst du wenn du vom Bestand nach  $t$  Jahren  $B(t)$  den Bestand nach  $t-1$  Jahren  $B(t-1)$  subtrahierst. Somit erhältst du mit  $W_t = B(t) - B(t-1)$ :

- Jahr 1:  $W_1 = B(1) - B(0) = 101 - 100 = 1$
- Jahr 2:  $W_2 = B(2) - B(1) = 104 - 101 = 3$
- Jahr 3:  $W_3 = B(3) - B(2) = 109 - 104 = 5$
- Jahr 4:  $W_4 = B(4) - B(3) = 116 - 109 = 7$

Die Wachstumsänderung  $k$  zwischen den Jahren  $t$  und  $t-1$  erhältst du wie folgt:  $k = W_t - W_{t-1}$

Im gegebenen Fall gilt:

$$k = W_2 - W_1 = W_3 - W_2 = W_4 - W_3 = 2$$

Da das Wachstum jedes Jahr linear um 2 Einheiten wächst, liegt im gegebenen Fall also quadratisches Wachstum vor.